Remarques concernant le travail
“Sur l'équation intégrale singulière non
linéaire et sur les propriétés d'une intégrale
singulière pour les arcs non fermés”

W. POGORZELSKI

Mémoire transmis par A. ZYGMUND

Les thèses des théorèmes I et II, démontrées dans mon travail *Sur l'équation intégrale singulière* . . . restent vraies si l'on généralise de la façon suivante les hypothèses sur lesquelles sont basés ces théorèmes. On peut notamment admettre les hypothèses suivantes à la place de celles admises dans le travail antérieur.

I. L'exposant β dans l'inégalité (7) concernant la fonction $f(t, \tau)$ est égal à l'exposant α .

II. Les arcs $a_1b_1, \dots, a_nb_n$ ont les tangentes simplement continues en tout point.

La thèse du théorème I reste vraie évidemment sans changement du raisonnement.

Pour montrer que la thèse du théorème II restera vraie, il suffit de remarquer que la limitation de la différence des logarithmes peut être obtenue sans utiliser les inégalités (40). On a notamment, en se basant sur le théorème de module de l'intégrale et sur la continuité de la tangente

$$|\log(t - a_\nu) - \log(t_1 - a_\nu)| = \left| \int_{t_1}^t \frac{d\tau}{\tau - a_\nu} \right| \leq \frac{|t - t_1|}{\chi |\tau' - a_\nu|} \leq \frac{|t - t_1|}{\chi^2 |t - a_\nu|}$$

le point t est situé sur l'arc $a_\nu t_1$, τ' est un point de l'arc tt_1 où le module $|\tau - a_\nu|$ atteint sa borne inférieure et χ est une constante positive dans les inégalités (17).

La démonstration concerne le cas $|t - t_1| \leq |t - a_\nu|$, puisque dans le cas contraire la thèse du théorème II résulte immédiatement de la thèse du théorème I. Nous aurons donc l'inégalité

$$(*) \quad |\log(t - a_\nu) - \log(t_1 - a_\nu)| \leq \frac{|t - t_1|^\mu}{\chi^2 |t - a_\nu|^\mu},$$

μ étant une constante positive arbitraire inférieure à l'unité. L'inégalité (*) substituée dans la formule (39) fournit la thèse du théorème II, sans changement des autres raisonnements.

Les inégalités (7'), (16) et (46) ne concernent que le cas où les points t et t_1 sont situés sur le même arc $\widehat{a_\nu b_\nu}$. Les autres cas sont sans importance.

A l'occasion j'indiquerai quelques erreurs suivantes que j'ai aperçu dans mon travail.

(1) Dans la ligne 22 à la page 525

au lieu de $\mu + r > 1$ doit être $\mu + r < 1$.

(2) Dans l'inégalité (60)

au lieu de $\left| \log \frac{t - a_\gamma}{t - b_\gamma} \right|$ doit être $\left| \log \frac{t - l''}{l' - t} \right|$.

(3) Dans l'inégalité (62)

au lieu de $\int_{L-l} \frac{2k_F |\varphi_n(\tau) - \varphi(\tau)| d\tau}{\tau - t}$ doit être $\int_{L-l} \frac{k_F |\varphi_n(\tau) - \varphi(\tau)| d\tau}{|\tau - t|}$.

(4) Dans les inégalités (59), (61), (63)

au lieu de $\frac{\epsilon}{3}$ doit être $\frac{\epsilon}{5}$.

(5) Dans la ligne 13 à la page 529

au lieu de (53), (55) et (57) doit être (59), (61) et (63).

(6) Dans les inégalités (68)

au lieu de C_1^{-1} doit être ρC_4^{-1} .

(7) Dans la formule pour $\lim \lambda_0(\rho)$ et dans l'inégalité (69) à la page 531

au lieu de $\frac{C_1^2 C_4}{(1 + C^2 C_1^2 C_4) k_F}$ doit être $\frac{1}{C_1' k_F}$.

Institut Mathématique
de l'Académie des Sciences
Varsovie